



TITLE:

海洋における巨大波浪(Freak wave)の予測 (非線形波動現象の数 理と応用)

AUTHOR(S):

森, 信人

CITATION:

森, 信人. 海洋における巨大波浪(Freak wave)の予測 (非線形波動現象の数
理と応用). 数理解析研究所講究録 2009, 1645: 22-34

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140681>

RIGHT:

海洋における巨大波浪 (Freak wave) の予測

京都大学防災研 森 信人 (Nobuhito Mori)

Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University

1 はじめに

Freak wave は、外洋において突然 (想定を越えて) 出現する高波 (図-1) を指し (Dean, 1990), 出現確率の観点から有義波高の 2 倍を超える最大波と定義される事が多い。さらに波形に対する異常性を明確にするために、前後の波に対して極端に大きいなどの付帯条件がつくこともある (Myrhaug and Kjeldsen, 1986). 90 年前半に工学分野で議論が盛んに行われた Freak wave の研究では、一般的な外洋における発生原因として、ほぼ同時期に 3 次以上の高次の非線形干渉の影響が大きいと報告が数値計算 (Yasuda et al., 1992) および水槽実験 (Stansberg, 1992) 両面で報告された以降、数値シミュレーションおよび理論共に大きな進展は見られなかった。しかし、2000 年前後から理工両分野から注目を集め始め、分野をまたいだ国際会議も数度開催されている (例えば, Olagnon and Athanassoulis, 2000; Olagnon, 2004). 特に、ここ数年間の研究の進展は大きい。

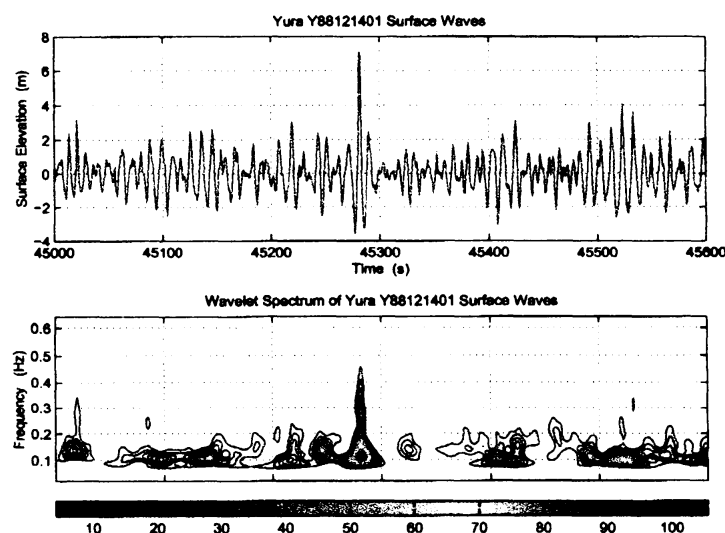


図 1: 日本海で観測された Freak wave の波形 Mori et al. (2002)

Freak wave 研究の初期段階から、突出した波形を持つという波形 (図-1) との類似性より Benjamin-Feir 不安定に代表される 3 次の非線形干渉による波動場の不安性は、Freak wave との関係が疑われてきた。現時点では、海流や地形の影響が無視できる場合、3 次の非線形干渉の影響により Freak wave が発生し易くなるとの見方が多く、Rayleigh 分布に代表される線形短期統計理論との違いを定量的に評価することが必

要とされている。一方で、後述するように、方向分散性は3次の非線形干渉の影響を打ち消すように働くため、実際の海洋ではほとんど出現しないのではないかとの意見もある。Freak waveの研究の流れで難しいのは、研究のターゲットが、メカニズム解明、波形の類似性、出現頻度、流速分布などの力学的特性、Freak waveを考慮した船舶・海洋構造物の設計など理工領域に跨って多岐にわたる上に、対象とする時間・空間スケールも幅広くであり、全体を見通すことが困難である点があげられる。

ここでは、Freak waveを有義波高 $H_{1/3}$ の2倍を超える最大波 H_{max} として定義し、地形の影響を受けない外洋において発生するFreak waveを対象に、非線形波動、波浪統計、Freak waveの3つの視点から見た90年代までの研究の流れを概説する。ついで、これらの歴史を踏まえて、著者が行ってきたFreak waveの予測方法と現段階における検証結果について紹介する。

2 Freak wave研究の歴史

2.1 非線形波動からの視点

深海波は、分散関係式より分散性波動であり、振幅 a 、波数 k 、角振動数 ω により特徴付けられる。弱非線形の下での深海波は、変分法により以下のように近似される (Whitham, 1974)。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial a^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(a^2 \frac{\partial \omega}{\partial k} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{gk} \left(1 + \frac{1}{2} k^2 a^2 \right) \quad (3)$$

この場合、分散関係式に波形勾配 $\epsilon = ak$ の2乗に比例する影響が現れる。Whithamの式を解くと、波束が有限時間内に急峻となり、破綻する (Lighthill, 1965)。この問題に対して、Benjamin and Feir (1967) は、Euler方程式を摂動解析し、振幅 a_0 、波数 k_0 、角振動数 ω_0 を持つ規則波の不安定性を明らかにしている。

$$0 < K < 2\sqrt{2}k_0^2 a_0 \quad (4)$$

$$(Im\Omega)_{max} = \frac{1}{2}\omega_0 k_0^2 a_0^2 \quad (5)$$

この不安定性は、Benjamin-Feir 不安定 (BF 不安定) と呼ばれ、3次の非線形干渉によって生じ、搬送波の波数両側の有限な波数空間に不安定性が存在する。

図-2は、1組の初期攪乱を持つ $ka = 0.1$ の準単色波の伝播過程を3次の非線形干渉まで考慮した方程式により数値計算した過程における波形変化である。この計算の初期波形は、正弦波に振幅の1/100の摂動を加えた波形(a)であるが、200周期伝播後の(b)で振幅変調が最も強くなり、その後400周期後にほぼ初期状態に戻るFPU再帰が見られる。振幅変調によって、200周期めでは初期波の波高に比べて2倍を超える波高を伴う突出した波が生じている¹

¹この波形が観測されたFreak waveと似ていることから、工学分野におけるFreak waveの研究が進められた。

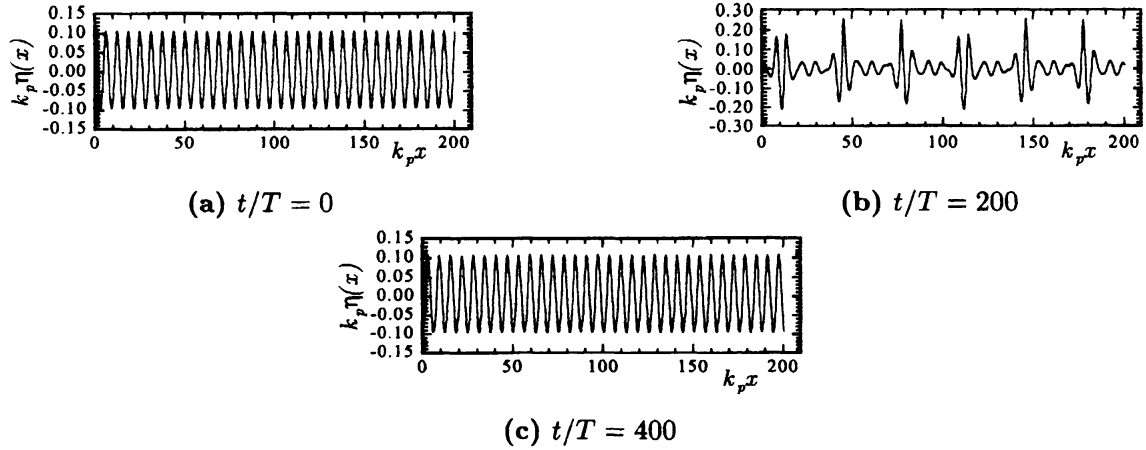


図 2: 初期攪乱を持つ $ka = 0.1$ の準単色波の伝播過程における波形変化

このような水面波の 3 次の非線形干渉を記述する方程式として、包絡波形を解く Nonlinear Schrödinger 方程式 (NLS 方程式) が有名である (Zakharov, 1968; Hashimoto and Ono, 1972).

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v_g \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \frac{dv_g}{dk} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{\omega_0 k_0^2}{2} |A|^2 A = 0 \quad (6)$$

$$\eta(x, t) = \frac{1}{2} \{ A e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} + A_2 e^{2i(k_0 x - \omega_0 t)} + c.c. \} \quad (7)$$

ここで A はゆっくり変化する振幅 (包絡波形), η は水面変位, k_0 および ω_0 は搬送波の波数と角振動数, v_g は群速度である. NLS 方程式は, BF 不安定の振る舞いを最低次で記述可能であり, また包絡波形を記述する方程式であるために狭帯スペクトル下で有効と適用範囲に制限があるが, 方程式がシンプルであるために扱いやすく, 幅広く用いられてきた.

一方, Zakharov (1968) は, 同じ論文でスペクトル幅の制限を設けない弱非線形相互作用も記述する方程式を導出している.

$$\frac{\partial b(\vec{k}, t)}{\partial t} = \iiint d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 T_{1234} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \quad (8)$$

$$\times \exp \left\{ i \left[\omega(\vec{k}) + \omega(\vec{k}_1) - \omega(\vec{k}_2) - \omega(\vec{k}_3) \right] t \right\} b_1^* b_2 b_3 \quad (9)$$

$$\eta(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int d\vec{k} \sqrt{\frac{k}{2g}} \left\{ b(\vec{k}, t) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} + b^*(\vec{k}, t) e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \right\} \quad (10)$$

ここで, $b_i = b(\vec{k}_i)$ は水面波のフーリエ係数を正準変数で書き換えた変数, $k = |\vec{k}|$, $T_{0123} = T(\vec{k}_0, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$ は 4 波相互作用項である. NLS 方程式と比較して, Zakharov 方程式は, スペクトル幅の制限を受けないこと, $\epsilon \geq 0.15$ でも有効という点で差が見られる.

図-2 に示したような, 準単色波の振る舞いについては, 上記の FPU 再帰以外に興味深いいくつかの現象について研究が行われたが, 幅広いスペクトルを持つ不規則波 (広帯スペクトル波) については解析的に取り扱いが難しいためにほとんど研究が行われなかった. Crawford et al. (1982) が Zakharov 方程式の初期不安定を解析的に調べ, BF 不安定の時間スケール $t \propto O(\epsilon^2 \omega_0)^{-1}$ ではエネルギー輸送が起きず, $t \propto O(\epsilon^4 \omega_0)^{-1}$

(Hasselmann 時間スケール) でエネルギー輸送が生じることを示している。Hasselmann 時間スケールのような遠方場では、アンサンブル平均することにより位相情報を落としたアクション密度 $N(\vec{k})$ を導入することができる。

$$\langle b_1 b_2^* \rangle = \frac{\omega}{2g} N_1 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2), \quad \langle b_1 b_2 \rangle = 0, \quad (11)$$

詳細は省くが (例えば Janssen, 2004), 遠方場において均一場が確立されるには、水面変位の 4 次モーメント $\langle b_i b_j b_k b_l \rangle$ が Gaussian, つまり 0 になる必要がある。

$$D_{i,j,k,l} = 2 T_{i,j,k,l} \delta_{i+j-k-l} G(\Delta\omega, t) [N_i N_j (N_k + N_l) - N_k N_l (N_i + N_j)] \quad (12)$$

ここで, $\Delta\omega = \omega_i + \omega_j - \omega_k - \omega_l$, G は, ゆっくりとした時間変化に対応した非線形エネルギー輸送関数である。

$$G(\Delta\omega, t) = i \int e^{i\Delta\omega(\tau-t)} d\tau = R_r(\Delta\omega, t) + i R_i(\Delta\omega, t) \quad (13)$$

$$R_r(\Delta\omega, t) = \frac{1 - \cos(\Delta\omega t)}{\Delta\omega} \quad (14)$$

$$R_i(\Delta\omega, t) = \frac{\sin(\Delta\omega t)}{\Delta\omega} \quad (15)$$

$G(\Delta\omega, t)$ は, $t \rightarrow \infty$ で以下のようになり,

$$G(\Delta\omega, t) = \frac{P}{\Delta\omega} + i\pi\delta(\Delta\omega) \quad (16)$$

スペクトルの時間発展には共鳴項のみが重要であるとして, デルタ関数のみを取り出すと, 式 (10), 式 (11) および式 (13) の関係より, アクション密度 N に関する Boltzman 方程式が導かれる。

$$\frac{\partial N_4}{\partial t} = \iiint d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 |T_{1234}|^2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \{N_1 N_2 (N_3 + N_4) - N_3 N_4 (N_1 + N_2)\} \quad (17)$$

$$= S_{nl} \quad (18)$$

これは, アクション密度 (スペクトル) の長時間時間発展を解く方程式であり, 非線形相互作用項 S_{nl} に加えて, 風から波へのエネルギー輸送項 S_{in} , 砕波によるエネルギー散逸 S_{dis} を次式のように考慮することにより, 波浪の予測や推算が行われている。

$$\frac{\partial N(\vec{k}, t)}{\partial t} = S_{in} + S_{nl} + S_{dis} \quad (19)$$

上記のように, 少なくとも 80 年代までは, 非線形波動の分野では, 波形よりも不安定性とこれを記述する方程式に力が注がれ, 波形そのものの特性については一部の研究 (例えば Tanaka, 1990) を除いて余り注意が払われていなかったように思われる。

2.2 波浪の短期統計からの視点

Freak wave は, 不規則波の中の最大波高と場の平均エネルギーに相当する有義波高の比が 2 倍より大きいとの定義である。それゆえ, 重要となるのは燃えるかを行う上で, Freak wave を含む波列が統計的にど

のような分布に属しているのかということを理解することである。波動場の非線形性を無視できる線形狭帯スペクトルの仮定が成り立つ場合（以下、線形狭帯不規則波と略す）、水面変位の確率密度分布は Gauss 分布、波高分布は Rayleigh 分布となる (Rice, 1945)。

$$p(H) = \frac{1}{4} H e^{-\frac{1}{8} H^2} \quad (20)$$

ここで、 H は水面変位の rms 値で無次元化した波高であり、各スペクトル成分の位相については、ランダムであると仮定している。スペクトル成分の振幅だけでなく、位相の分布もランダムさの度合いを決めるため、線形・非線型を問わずランダム位相近似は重要である。このとき、1つの波列中に N 波あるとすると、そのうちの最大波高の確率密度分布は、

$$p_m(H_{max}) dH_{max} = \frac{N}{4} H_{max} e^{-\frac{H_{max}^2}{8}} \exp\left(-N e^{-\frac{H_{max}^2}{8}}\right) dH_{max} \quad (21)$$

となる (God). 式 (21) より、 $H_{max} \geq 2H_{1/3} = 8\eta_{rms}$ の最大波高が出現する頻度、つまり線形狭帯不規則波に対する Freak wave の発生頻度 P_{freak} が求められる。

$$P_{freak} = 1 - \exp(-e^{-8} N) \quad (22)$$

つまり、線形不狭帯規則波では、Freak wave の出現頻度は、式 (21) の Rayleigh 分布のテール部分の積分値で表され、観測 1 回当たりの波の数 N に依存することがわかる。代表周期 10 秒の波を 20 分間の観測すると、1つの波列に約 120 波存在し、このときこの波列に Freak wave が含まれる出現確率は 3.9% となる。言い替えると、 $H_{max} \geq 2H_{1/3}$ の条件では、Freak wave は線形狭帯不規則波でも出現可能性があり、 $H_{max} \geq 2H_{1/3}$ という条件は特殊なものではない。それゆえ、非線形相互作用の影響などで Freak wave が出現するとする場合、頻度に関して言えば式 (21) や式 (22) と比較して有意かどうか重要な指標となる。

上記の話は、線形不規則波に対する統計理論をまとめたものであるが、実際に観測される波浪は、これと少し異なる傾向を示す。図-3 は、日本海で観測された波高の超過確率分布である (Mori, 2004)。図中の●は観測結果、点線は式 (20) を示す。図からわかるように、観測結果は Rayleigh 分布をやや下回っており、実際の海の波浪の波高分布は Rayleigh 分布よりも高波が出にくい形状となっている（式 (20) の \exp 中のべき数が $H^{2.1}$ 程度）。これは、実際の海洋における波浪が Rayleigh 分布の仮定と異なり、やや広いスペクトル形状を持つためである。結果として、実際の海における Freak wave の平均的な出現頻度は、式 (22) よりもやや低くなる。

2.3 Freak wave からの視点

上記の 2 つの観点から、Freak wave の研究を眺めるといくつかの重要な点が示唆される。

1. 準単色波は、Benjamin-Feir 不安定で波形は大きく振幅変調するが、スペクトルが広がるとどのような振る舞いをするのか不明である。
2. Freak wave に重要となるスペクトルの変化と波形の変化の関係が不明である。

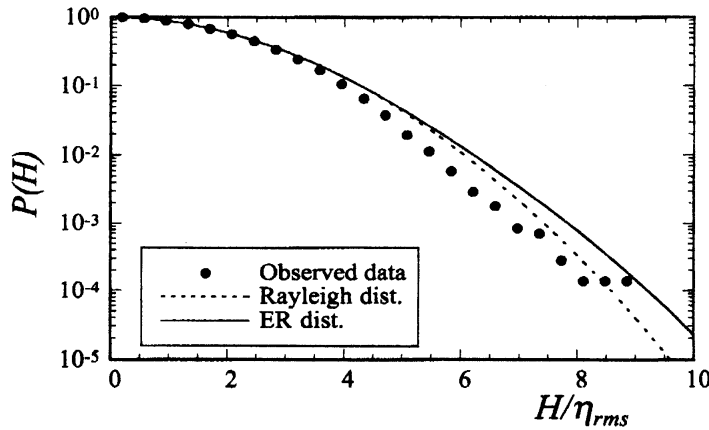


図 3: 日本海で観測された波高の超過確率分布 (Mori, 2004)

3. 線形不規則波でも Freak waven の出現確率は存在する。

これらのことをまとめると, Freak wave がどのような条件, どのような時間スケール, そして頻度で出現するのかを捉えることが必要となる。

3 Freak waven の予測

3.1 一方向波

波のアクション密度に関する Boltzman 方程式を導出する際に, 式 (13) において遠方場 ($t \rightarrow \infty$) を対象に, 非線形エネルギー輸送関数 G をデルタ関数で近似した (R_i の項)。一方, Freak wave の予測では, 水面変位が Gauss 分布からどのようにずれるのかが深く関連する。水面変位の 3 次モーメントである skewness は, 波形勾配に比例し, 波形の上下非対称性に関連する。それゆえ, skewness の増減は, 振幅の分布に大きな影響を与える一方で, 波高についてはその影響がキャンセルするために影響を及ぼさない。そこで次のオーダーである水面変位の 4 次モーメント μ_4 を考えると, 非線形エネルギー輸送関数 G の実数項 R_r が重要となる。このとき, 拘束波を無視し, 自由波のみを考えると水面変位の 4 次モーメントとアクション密度は以下の関係を持つ (Janssen, 2003)。

$$\kappa_{40} = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int d\vec{k}_{1,2,3,4} T_{1,2,3,4} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} \delta_{1+2-3-4} R_r(\Delta\omega, t) N_1 N_2 N_3 \quad (23)$$

ここで κ_{40} は η_{rms} で無次元化した水面変位の 4 次のキュムラント ($\kappa_{40} = \mu_4 - 3$), $R_r = (1 - \cos(\Delta\omega t))/\Delta\omega$ は非線形エネルギー輸送関数で $t \rightarrow \infty$ の場合に $R_r \rightarrow P/\Delta\omega$ となる (P は式 (23) の積分の特異値を除いた主値)。この場合, kurtosis の時間発展に寄与するのは, 共鳴・非共鳴の両者となる。このように, アクション密度 $N(\vec{k})$ が与えられると, 非線形核関数 $T_{1,2,3,4}$ により 4 波相互作用による kurtosis の変化が決まる。勿論, 拘束波成分に依っても kurtosis は変化するが, これは波形勾配の 2 乗に比例し, スペクトル形状依存はしない。

上記ではアクション密度 $N(\vec{k})$ を用いていたが、工学的には周波数スペクトルが広く用いられる。そこで波数スペクトル $F(\vec{k})$ と周波数スペクトル $E(\omega, \theta)$ を用い、拘束波の影響を無視し、スペクトルが $\omega = \omega_0$ および $\theta = \theta_0$ 周りで局在し、かつ θ 方向の分布が無視できると仮定（一方向波を仮定）すると、式 (23) は、次式のように近似される。

$$\kappa_{40} = \frac{12gk_0^3}{m_0^2} \mathcal{P} \int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \sqrt{\frac{\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}} \frac{E(\omega_1) E(\omega_2) E(\omega_3)}{\Delta \omega} \quad (24)$$

ついで、挟帯スペクトルを持つ 1 方向不規則波の周波数スペクトル $E(\omega)$ を正規分布で次式のように近似した場合を考える。

$$E(\omega) = \frac{m_0}{\sigma_\omega \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\nu^2} \quad (25)$$

ここで $\nu = (\omega - \omega_0)/\sigma_\omega$ は、スペクトル幅で正規化した周波数であり、スペクトル幅について微小量 $\Delta = \sigma_\omega/\omega_0$ を導入する。式 (24) は ν および Δ を用いて次式のように書き換えられる。

$$\kappa_{40} = \frac{24\epsilon^2}{\Delta^2} \mathcal{P} \int \frac{d\nu_1 d\nu_2 d\nu_3}{(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{-\frac{1}{2}[\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2]}}{(\nu_1 + \nu_2 - \nu_3)^2 - \nu_1^2 - \nu_2^2 + \nu_3^2} \quad (26)$$

ここで $\epsilon = k_0 \sqrt{m_0}$ は代表波形勾配である。式 (26) より、挟帯スペクトルを持つ一方向に伝播する不規則波では、 κ_{40} は波形勾配 ϵ とスペクトル幅 Δ の両者に依存する。このため、4 次モーメントの値は、非線形性が強くなると増加し、スペクトル幅が広がると減少する。Alber and Saffman (1978) が示したように、重力波の伝播には非線形干渉によるエネルギー集中 (ϵ) と線形分散 (Δ) が重要な役割を果たす。そこで、Janssen (2003) が導入した Benjamin Feir Index (BFI) を用いて式 (26) を書き換えると次式のようになる。

$$\kappa_{40} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} BFI^2 \quad (27)$$

$$BFI = \frac{\epsilon}{\Delta} \sqrt{2} \quad (28)$$

深海不規則波の不安は $BFI > 1$ で生じることになる。挟帯スペクトルを持つ弱非線形波では、 $BFI = \mathcal{O}(1)$ であり、4 次モーメントに及ぼす自由波による非線形干渉の影響は、拘束波より大きくなる (Mori et al., 2007)。式 (27) は、合田のスペクトル幅パラメータ Q_p を用いると次式のように書き換えられる。

$$\kappa_{40} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{3}} k_p^2 m_0 Q_p^2 \propto \frac{H_{1/3}^2 Q_p^2}{T_{1/3}^4} \quad (29)$$

仮りに発達した風波を想定し、鳥羽の 3/2 乗則を適用すると $\kappa_{40} \propto Q_p^2/H_*^{\frac{3}{2}}$ となる。これらの関係より、発達した風波における κ_{40} は、 u_* で無次元化した波高 H_* が大きくなると減少し、スペクトル幅が先鋭化すると逆に増大することが予想される。

それでは、kurtosis が Gauss 過程から外れる場合、Freak wave の出現頻度はどう変化するのであろうか。まず始めに、前節 (2) で対象とした 1 方向を伝播する挟帯スペクトルを持つ不規則波を対象に、水面変位 $\eta(t)$ とその補助変数 $\zeta(t)$ を考え、その分散を σ とおく。

$$Z(t) = \eta(t) + i\zeta(t) = A(t)e^{i\phi(t)} \quad (30)$$

ここで A および ϕ は包絡波形の振幅と位相を示す。水面変位の確率密度関数 (PDF) が中心極限定理よりややずれ、Edgeworth 分布を持つと仮定する。 η と ζ が無相関である場合、次式の結合確率密度分布が導かれる。

$$p(\eta, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \exp \left[-\frac{1}{2}(\eta^2 + \zeta^2) \right] \left[1 + \frac{1}{3!} \sum_{n=0}^3 \frac{3!}{(3-n)!n!} \kappa_{(3-n)n} H_{3-n}(\eta) H_n(\zeta) + \frac{1}{4!} \sum_{n=0}^4 \frac{4!}{(4-n)!n!} \kappa_{(4-n)n} H_{4-n}(\eta) H_n(\zeta) \right] \quad (31)$$

ここで H_n は n 次の Hermite 多項式であり、先ほどと同様に、全ての変数は水面変位の rms 値で無次元化される。 η と ζ を A と ϕ に変数変換し、位相 ϕ について $[0, 2\pi]$ で積分すると、包絡線振幅 A についての PDF が得られる。 $\kappa_{30} \simeq 0$ と近似して 3 次の項まで展開し、波高 H が振幅 A の 2 倍であると仮定すると、波高についての PDF が得られる。

$$p(H) = \frac{1}{4} H e^{-\frac{1}{8} H^2} [1 + \kappa_{40} A_H(H)] \quad (32)$$

$$A_H(H) = \frac{1}{384} (H^4 - 32H^2 + 128) \quad (33)$$

これを用いると、弱非線形場における最大波高の分布は次式で表される。

$$p_m(H_{max}) dH_{max} = \frac{N}{4} H_{max} \xi \exp(-N\xi) dH_{max} \quad (34)$$

$$\xi = e^{-\frac{H_{max}^2}{8}} [1 + \kappa_{40} B_H(H_{max})] \quad (35)$$

式 (34) より、最大波高の分布は、波の数 N と 4 次のキウムラント κ_{40} (もしくは kurtosis) の関数となる。さらに、Freak wave の条件を 1 つの波列中の最大波 H_{max} が有義波高の 2 倍を超えると設定し、 $H_{max}/\eta_{rms} \geq 8$ と与えることにより有限な κ_{40} に対する Freak wave の発生頻度 P_{freak} が求められる。

$$P_{freak} = 1 - \exp[-\alpha N(1 + 8\kappa_{40})] \quad (36)$$

ここで $\alpha = e^{-8}$ である。線形不規則波は $\kappa_{40} = 0$ であり、この場合、式 (32)、式 (34)、式 (35)、式 (36) は全て Rayleigh 分布に基づく理論に一致する。式 (36) より、非線形性の Freak wave の出現頻度への影響は、線形理論と比較しても十分大きく、例えば $\kappa_{40} = 1/8$ ($\mu_4 = 3.125$) の場合、非線形効果は線形理論と同じオーダーとなる。 $\mu_4 = 3.125$ は実際に現地観測される程度の大きさであり、Freak wave を 1 つの波列中の最大波として考える限り、波の数 N だけでなく kurtosis も考慮すべき重要なパラメータとなる。この結果を検証するためには、 N および kurtosis の両者について条件サンプリングしたデータと比較する必要がある。

3.2 多方向波

上記の取扱いでは、式 (26) の導出の際に、周波数スペクトルの狭帯仮定と方向分散性が無視できることを仮定した。方向分散性が無視できない場合を考えるため、2次元非線形シュレディンガー方程式を用いた

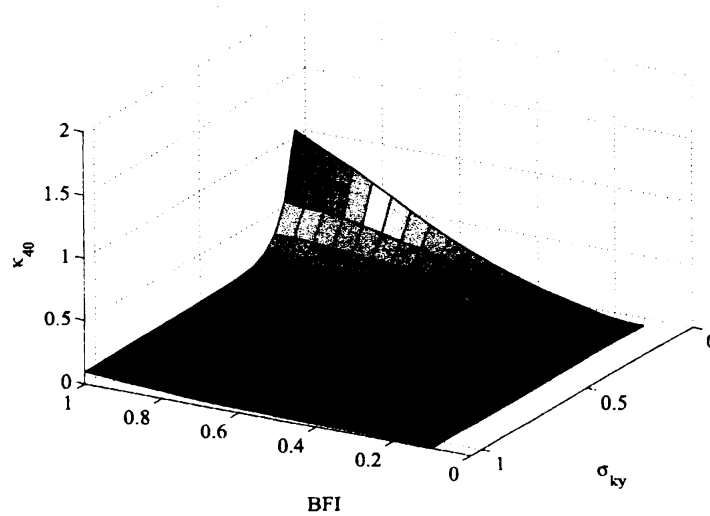


図 4: 多方向波列における BFI (周波数分散) と σ_{ky} (方向分散) と κ_{40} の関係

モンテカルロ計算 (MC-CNLS) を行った。MC-CNLS 計算では、波数空間上で σ_{k_x} (伝播方向) および σ_{k_y} (伝播方向と直角方向) の標準偏差を持つ 2 次元 Gauss 分布を与えた。 σ_{k_x} が周波数スペクトル幅、 σ_{k_y} が方向分散に相当する。初期条件については、 σ_{k_x} と σ_{k_y} をそれぞれ 20 パターン変化させ、それぞれの初期条件 $BFI(\propto \sigma_{\sigma_{k_x}})$ と $\sigma_{\sigma_{k_x}}$ について初期位相を 500 パターン与え、合計 12,000 ランそれぞれについて 100 周期まで伝播計算を行った。

図-4 は、その結果である。方向分散と周波数分散の比率に応じて κ_{40} の大きさが決まり、方向集中度が高いほど kurtosis の値が増加し (異常波浪の出現頻度が増加)、方向集中度が低いと逆に kurtosis の値が減少する (異常波浪の出現頻度が減少) という形になる。

4 モデルの検証

前節の枠組みを用いた方向スペクトルから最大波高を推定するフレームワークの妥当性と精度を検証するため、大規模水路 (長さ 270 m × 幅 10.6 m × 最大水深 10 m) において不規則波を造波し、水槽内の波形の変化を計測した (以下、実験結果と略記)。理論と比較する際の統計的変動性を押さえるため、各ケース 10,000 波以上造波し、サンプリング周波数 40Hz で 20 地点の水面変位を計測した (詳しくは Mori et al., 2007 を参照)。多方向性の影響を見るために、太平洋側水深 30 m の地点におけるブイ観測結果 (以下、観測データと略記) を使用し、あわせて比較を行った (詳しくは Mori・Janssen (2006) を参照)。実験結果および観測データ両者の μ_4 と N について条件付きサンプリングを行い、波数および非線形性の両者が区分された最大波高の標本データを作成した。

図-5 は、定常条件を満たし、かつ最大波高の分布の比較を容易にするために全測点の波列中の波の数を 11,900 波と固定し、各測点における μ_4 の値と Freak wave の出現頻度を示したものである。図中の実線と

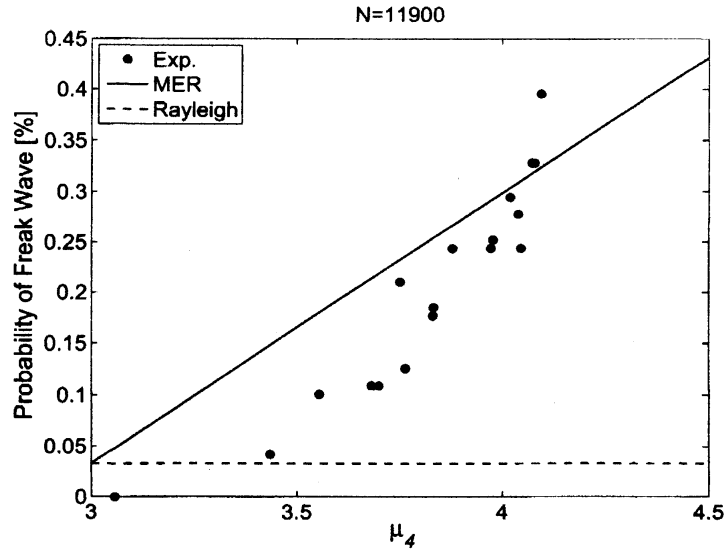


図 5: Freak wave の出現確率と μ_4 の関係: 波の数 $N = 11,900$ (●: 実験結果, 実線: 式 (36), 点線: Rayleigh 分布)

破線は、式 (36) による μ_4 の変化を考慮した頻度（以下、非線形理論と略記）と Rayleigh 分布に基づく最大波高理論（以下、線形理論と略記）より得られる頻度である。基本的に非線形理論は $\mu_4 = 3$ で線形理論と一致し、Freak wave の出現頻度は μ_4 の値が大きくなると線形に増加する。実験結果と比較すると、 μ_4 の値が大きくなると Freak wave の出現頻度が増加するという傾向は式 (36) の非線形理論で説明できるものの、非線形理論は $\mu_4 < 3.75$ の領域では過大であることがわかる。非線形理論が水槽実験結果と比較してやや過大評価である理由は幾つか考えられるが、最も大きな理由としては定式化の過程で挟帯スペクトルを仮定している点が挙げられる。

以上のように、Freak wave の出現頻度の推定は、最大波高分布の裾の積分値の推定を行っていることになる。つまり、Freak wave のような異常波浪の予測の本質は、最大波高分布形状そのものを推定することである。そこで、以下では最大波高分布形状および期待値について検証を行うことにする。図-6 に示すのは、波列中の波の数 N を 150 に固定したときの H_{max} の分布を実験結果、観測データ、非線形理論 (式 (35)) および線形理論と比較したものである。ガウス過程 ($\mu_4 = 3$) に近い条件の図-6(a) では、実験結果、観測データおよび両理論ともほぼ同じような分布形状となっている。これに対し、 μ_4 が大きくなると (図-6(b))、線形理論に比べて、実験結果および現地データの分布のピークは高波高側に移動し、非線形理論はこの変化を良く表していることがわかる。

これらの結果は、単に Freak wave の予測可能性を示してるだけでなく、これまでの波浪予測で行ってきた有義波高（平均エネルギー）の予測を押しし進め、方向スペクトルから最大波を推定できる可能性を示しており、幅広い応用が考えられる。

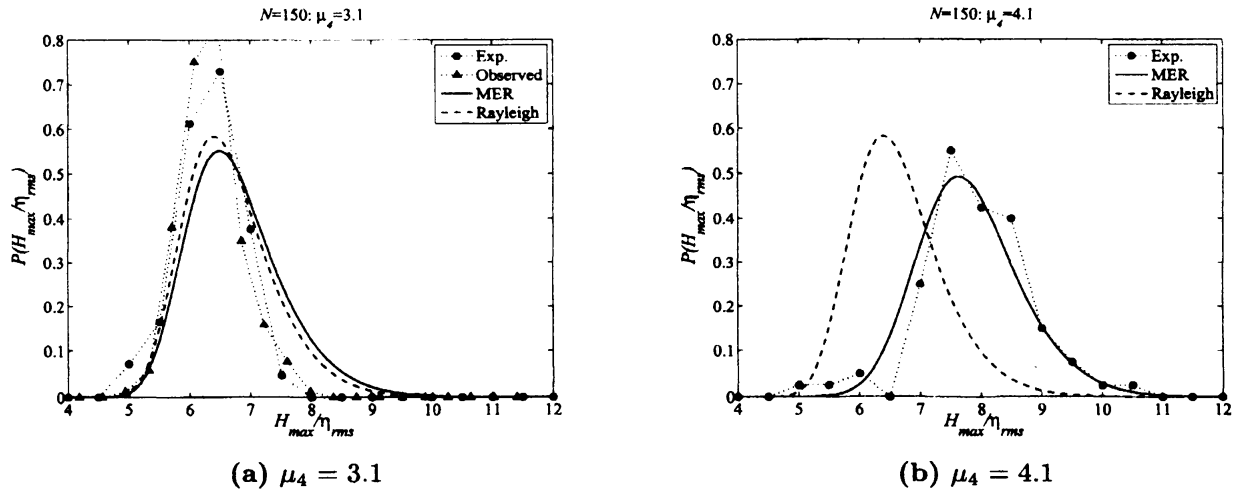


図 6: 最大波高分布における μ_4 の影響: 波列当たりの波の数 $N = 150$ の場合 (●: 実験結果, ▲: 観測データ, 実線: 式 (35) 分布, 点線: Rayleigh 最大波高分布)

5 おわりに

以上のように, Freak wave の研究は, 非線形波動から非線形統計そして波浪予測まで渡る幅広い研究展開がなされており, 90 年代の現象の解明に関する研究から, その予測に大きくシフトしてきた. ここでは, 非線形波動力学および海岸工学の両面から見た Freak wave の研究の流れを解説すると共に, Freak wave や H_{max} の予測に重要な水面変位の 4 次モーメントである kurtosis を予測するための予測式, 方向分散性の影響を加えた半経験式についてまとめた. その結果, 少なくとも断面 2 次元水槽実験結果については, スペクトルから H_{max} の分布を推定できることを示した. 今後の研究の展開として, 多方向場における kurtosis の推定の検証と, これらを波浪予測に応用した場合の, Freak wave・最大波高 H_{max} の予測精度の検証が必要である.

Freak wave の詳しいレビューについては, 幾つか文献 (Dysthe et al., 2008; 富田宏・早稲田卓爾・川村隆文・林昌奎, 2006; 早稲田卓爾, 2006) を参照してほしい.

謝辞

今回, 京都大学数理解析研究所研究集会『非線形波動の数理と応用』に招待講演者として呼んでいただきありがとうございました. 特に, 船越満明先生, 田中光宏先生, 矢野猛先生には大変感謝します.

参考文献

耐波工学. 鹿嶋版? 年 = 2008, author = 克把良実, timestamp = 2009.01.30.

Alber, I. and P. Saffman (1978). Stability of random nonlinear deepwater waves with finite bandwidth spectra. Technical Report 31326-6035-RU-00, TRW Defense and Space System Group.

- Benjamin, T. and J. Feir (1967). The disintegration of wavetrains on deep water. Part 1. Theory. *Journal of Fluid Mechanics* 27, 417–430.
- Crawford, D., P. Saffman, and H. Yuen (1982). Evolution of a random inhomogeneous field of nonlinear deep-water gravity waves. *Wave motion* 2, 1–16.
- Dean, R. (1990). Freak waves: a possible explanation. In A. Tørum and O. Gudmestad (Eds.), *Water wave kinematics*, pp. 609–612. Kluwer Academic Pub.
- Dysthe, K., H. Krogstad, and P. Müller (2008). Oceanic Rogue Waves. *Annual Review of Fluid Mechanics* 40, in print.
- Hashimoto, H. and H. Ono (1972). Nonlinear modulation of gravity waves. *J. Phys. Soc. Japan* 33, 805–811.
- Janssen, P. A. (2003). Nonlinear four-wave interactions and freak waves. *Journal of Physical Oceanography* 33(4), 863–884.
- Janssen, P. A. (2004). *The interaction of ocean waves and wind*. Cambridge University Press.
- Lighthill, M. (1965). Contribution to the theory of waves in non-linear dispersive systems,. *J. Inst. Math. Appl.* 1, 269–306.
- Mori, N. (2004). Occurrence probability of freak wave in nonlinear wave field. *Ocean Engineering* 31(2), 165–175.
- Mori, N. and P. Janssen (2006). On kurtosis and occurrence probability of freak waves. *Journal of Physical Oceanography* 36(7), 1471–1483.
- Mori, N., P. Liu, and T. Yasuda (2002). Analysis of freak wave measurements in the Sea of Japan. *Ocean Engineering* 29(11), 1399–1414.
- Mori, N., M. Onorato, P. A. Janssen, A. R. Osborne, and M. Serio (2007). Exceedance probability for strongly nonlinear long crested waves. *Journal of Geophysical Research*, doi:10.1029/2006JC004024.
- Myrhaug, D. and S. Kjeldsen (1986). Steepness and asymmetry of extreme waves and the highest waves in deep water. *Ocean Engineering* 13(6), 549–568.
- Olagnon, M. (Ed.) (2004). *Rogue Waves 2004*. IFREMER.
- Olagnon, M. and G. Athanassoulis (Eds.) (2000). *Rogue Waves 2000*. IFREMER.
- Rice, S. (1945). Mathematical analysis of random noise. *Bell System Tech. J.* 26, 46–156.

- Stansberg, C. (1992). On spectral instabilities and development of non-instabilities in propagating deep-water wave trains. In *Proc., 23th Int. Conf. on Coastal Eng.*, Volume ?, pp. ???–??? ASCE.
- Tanaka, M. (1990). Maximum amplitude of modulated wave train. *Wave Motion* 12, 559–568.
- Whitham, G. (1974). *Linear and nonlinear waves*. New York: John Wiley & Sons.
- Yasuda, T., N. Mori, and K. Ito (1992). Freak waves in a unidirectional wave train and their kinematics. In *Proc. of the 23th Int. Conf. on Coastal Eng.*, Volume 1, Venice, pp. 751–764. ASCE.
- Zakharov, V. (1968). Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *J. Appl. Tech. Phys.* 9, 190–194.
- 早稲田卓爾 (2006). 海面波動研究の歴史と今後の課題. *数理解析研究所講究録* 1483, 14–23.
- 富田宏・早稲田卓爾・川村隆文・林昌奎 (2006). 巨大海洋波・freak wave 機構の解明と予測. *ながれ* 25, 39–48.